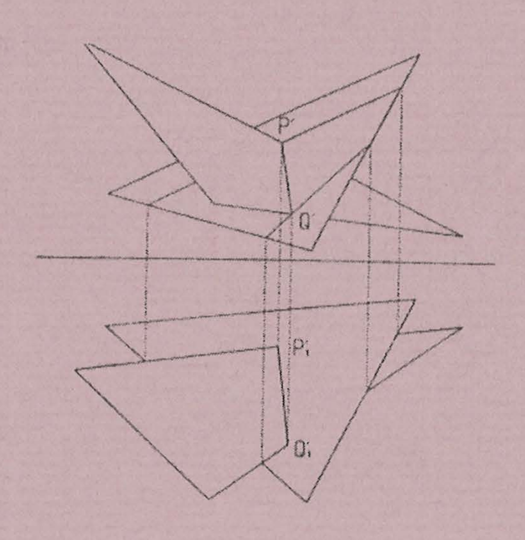
ELEMENTOS DEL SISTEMA DIÉDRICO

por

MIGUEL ÁNGEL ALONSO RODRÍGUEZ



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-06-01

ELEMENTOS DEL SISTEMA DIÉDRICO

por

MIGUEL ÁNGEL ALONSO RODRÍGUEZ

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

5-06-01

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA

0 VARIOS
1 ESTRUCTURAS
2 CONSTRUCCIÓN
3 FÍSICA Y MATEMÁTICAS
4 TEORÍA
5 GEOMETRÍA Y DIBUJO
6 PROYECTOS
7 URBANISMO
8 RESTAURACIÓN

NUEVA NUMERACIÓN

5 Área
06 Autor
01 Ordinal de cuaderno (del autor)

Elementos del sistema diédrico

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
CUADERNO 6.01 / 5-06-01
ISBN: 84-920297-8-1
Depósito Legal: M-35994-1997

INDICE

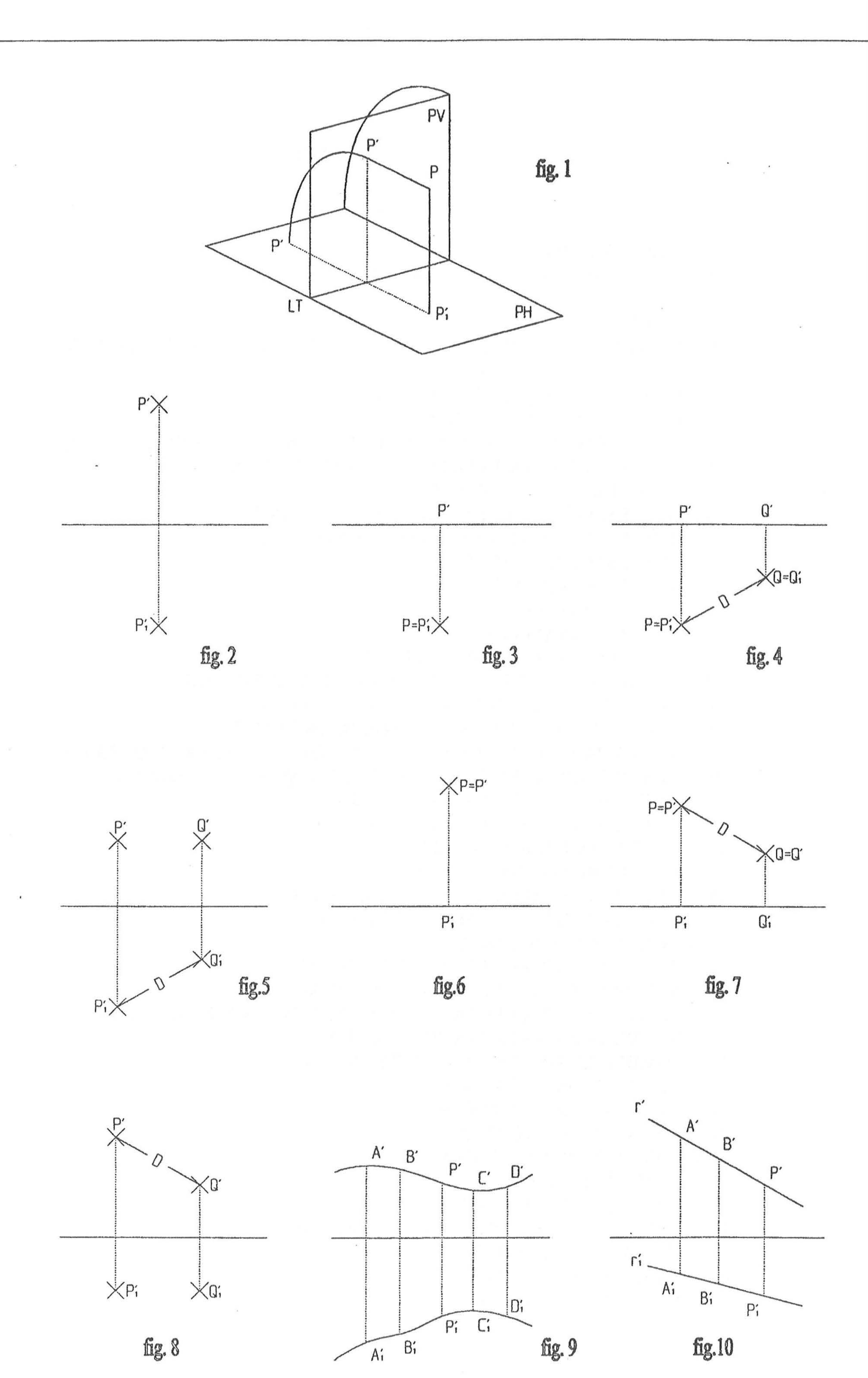


fig. 1

fig. 2

fig. 3

fig. 4

fig.5

fig.6

fig. 7

fig. 8

fig. 9

fig.10

1 - FUNDAMENTOS

En el sistema diedrico se toman dos planos perpendiculares uno que consideraremos horizontal, PH, y otro vertical, PV. La recta intersección de los dos planos es la línea de tierra, LT.(fig. 1)

2 - EL PUNTO. PUNTOS SINGULARES.

Un punto P se representa por sus proyecciones ortogonales, P'_1 y P', sobre PH y PV respectivamente.
La proyección de P sobre PV, P', se denomina proyección vertical y sobre PH, P'_1, proyección horizontal.(Esta sera la notacion que emplearemos si bien existen otras)
Para pasar del espacio al plano uno de los planos de proyección, y la proyección del punto sobre dicho plano, se abate sobre el otro. (fig.1)

De todo ello se deduce: (fig.2)

Las proyecciones de un punto P (P' P'_1) están alineadas según una perpendicular a la LT.
La distancia de la proyección vertical de un punto a LT es la cota del punto respecto a PH.
La distancia de la proyección horizontal de un punto a LT es el alejamiento del punto respecto a PV.

Punto en PH:

Si un punto P esta en PH su cota es 0 y por lo tanto P' esta en LT y $P'_1 \equiv P$. (fig.3)
La distancia entre dos puntos P y Q de PH es la distancia entre sus proyecciones horizontales, $P'_1Q'_1$, puesto que $P'_1 \equiv P$ y $Q'_1 \equiv Q$ (fig.4)
Se deduce de inmediato que la distancia entre dos puntos P y Q a la misma cota es la distancia entre sus proyecciones horizontales. (fig. 5)

Punto en PV:

Si un punto P esta en PV su alejamiento es 0 y por lo tanto P'_1 esta sobre la LT y $P' \equiv P$. (fig.6)
La distancia entre dos puntos P y Q de PV es la distancia entre sus proyecciones verticales, P'Q', puesto que $P' \equiv P$ y $Q' \equiv Q$. (fig. 7)
Se deduce de inmediato que la distancia entre dos puntos P y Q con el mismo alejamiento es la distancia entre sus proyecciones verticales. (fig. 8)

3 - LA LINEA

La representación de una línea es la representación de sus puntos. (fig. 9)

Para representar una línea representamos el numero de puntos necesarios para definir la línea con la precisión que deseemos. Uniendo las correspondientes proyecciones de los puntos se obtienen las respectivas proyecciones de la línea.

De todo ello se deduce:

Una línea se representa por sus proyecciones ortogonales sobre los planos de proyección.
Un punto pertenece a una línea si las proyecciones del puntos están sobre las correspondientes proyecciones de la recta. (EXCEPCION. Líneas situadas en planos perpendiculares a LT. En estos casos haremos un cambio de plano vertical de proyección que modifique su situación particular. (ver ap.10)

4 - LA RECTA

Del apartado anterior se deduce. (fig. 10)

Una recta r se representa por sus proyecciones ortogonales sobre los planos de proyección PH y PV, dos rectas r'_1 y r' respectivamente. (EXCEPCION. Rectas verticales, de punta y de perfil. Ver ap. 6).
Para representar una recta lo haremos de dos puntos de la misma. Uniendo las correspondientes proyecciones de los puntos se obtienen las respectivas proyecciones de la recta.

r'
$V_r = V_{r'}$
P'
$H_{r'}$
$V_{r'_1}$
P'_1
$H_r = H_{r'_1}$
r'_1

fig. 11

r'
P'
$H_{r'}$
$V_{r'_1}$
$H_r = H_{r'_1}$
P'_1
r'_1

fig. 12

r'
P'
Q'
$r'_1 = P'_1 = Q'_1$

fig.13

$r' = P' = Q'$
P'_1
Q'_1
r'_1

fig.14

$LT = r'$
P'
Q'
$r = r'_1$
$P = P'_1$
$Q = Q'_1$
D

fig. 15

D
$r = r'$
$Q = Q'$
$P = P'$
P'_1
Q'_1
$LT = r'_1$

fig. 16

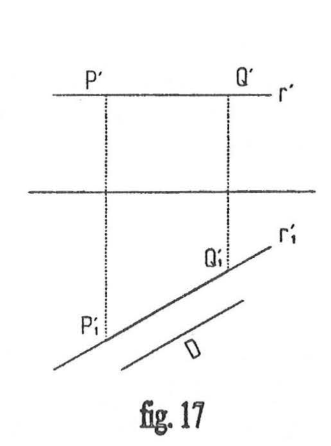


fig. 17

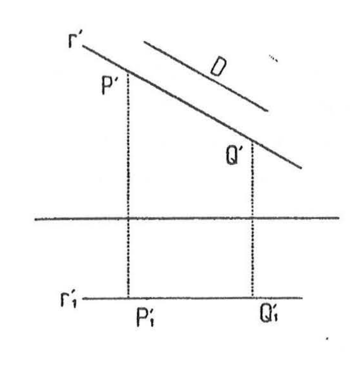


fig. 18

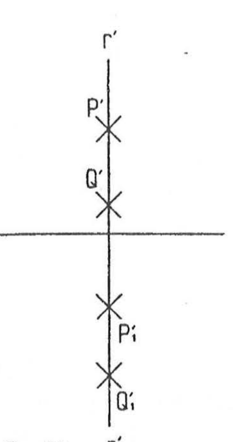


fig. 19

5 - PERTENENCIA PUNTO-RECTA. PUNTOS SINGULARES DE LA RECTA.

Un punto P pertenece a una recta r si las proyecciones del punto, P′ P'_1, están sobre las correspondientes proyecciones de la recta r', r'_1, según se deduce de ap. 3. (figs. 11 y 12)(EXCEPCION Rectas de perfil. (ver ap. 6) En estos casos haremos un cambio de plano vertical de proyección que modifique esta situación particular. (ver ap.10)

Traza horizontal de una recta: (figs. 11 y 12)

Es el punto Hr de intersección de la recta con PH y por lo tanto su cota es cero.

Traza vertical de una recta: (figs. 11 y 12)

Es el punto Vr de intersección de la recta con PV y por lo tanto su alejamiento es cero.

6 - RECTAS SINGULARES.

Recta vertical (perpendicular a PH): (fig.13)

Su proyección horizontal, y la de todos los puntos de la recta, es un punto, $P'_1 \equiv r'_1$.

Su proyección vertical r′ es una recta perpendicular a LT.

Una recta vertical queda definida si conocemos su proyección horizontal .

Recta de punta (perpendicular a PV): (fig.14)

Su proyección vertical, y la de todos los puntos de la recta, es un punto, $P' \equiv r'$.

Su proyección horizontal r'_1 es una recta perpendicular a LT.

Una recta de punta queda definida si conocemos su proyección vertical .

Recta de PH: (fig.15)

La cota de sus puntos es cero y por tanto $r'_1 \equiv r$ y r′ esta en LT.

La distancia entre dos puntos P y Q de una recta de PH es la distancia entre sus proyecciones horizontales, P'_1 Q'_1 (ver ap 2)

Recta de PV: (fig.16)

El alejamiento de sus puntos es cero y por lo tanto $r' \equiv r$ y r'_1 esta en LT.

La distancia entre dos puntos P y Q de una recta de PV es la distancia entre sus proyecciones verticales, P′ Q′.(ver ap.2)

Recta horizontal (paralela a PH): (fig. 17)

Todos los puntos de una recta horizontal tienen la misma cota, luego r′ es paralela a LT

La distancia entre dos puntos P y Q de una recta horizontal es la distancia entre sus proyecciones horizontales P'_1 y Q'_1.(ver ap 2)

Recta frontal (paralela a PV): (fig.18)

Todos los puntos de una recta frontal tienen el mismo alejamiento, luego r'_1 es paralela a LT.

La distancia entre dos puntos P y Q de una recta frontal es la distancia entre sus proyecciones horizontales P′ y Q'_1 (ver ap 2)

Rectas de perfil (perpendiculares a LT): (fig.19)

Sus dos proyecciones son perpendiculares a LT.

No quedan definidas por sus proyecciones. Se definen por dos puntos. (EXCEPCION Rectas verticales y de punta según hemos visto en este mismo apartado)

fig. 20

fig. 21

fig. 22

fig. 23

fig.24

fig. 25

fig. 26

fig. 27

fig. 28

fig. 29

fig. 30

7 - EL PLANO. PLANOS SINGULARES

Para representar un plano representamos tres puntos del plano y las rectas que definen. (fig. 20) (Esta sera la forma que emplearemos para representar un plano si bien existen otras)

Los planos perpendiculares a los de proyección se denominan proyectantes.
Plano vertical (perpendicular a PH): (fig.21)
Los puntos de un plano vertical α tienen su proyección horizontal sobre una recta $h\alpha$.
Planos de canto (perpendicular a PV):.(fig.22)
Los puntos de un plano de canto α tienen su proyección vertical sobre una recta $v\alpha$.

Planos de perfil (perpendicular a PV y a PH): (figs. 23)
Los puntos de un plano vertical tienen sus dos proyecciones sobre una recta perpendicular a LT.

Planos horizontal (paralelo a PH): (fig.24)
Los puntos de un plano horizontal tienen la misma cota y su proyección vertical es paralela a LT
La proyección horizontal de un plano horizontal esta en verdadera magnitud por ser una proyección cilíndrica sobre un plano paralelo
Planos frontal (paralelo a PV): (fig.25)
Los puntos de un plano frontal tienen el mismo alejamiento y su proyección horizontal es paralela a LT
La proyección vertical de un plano frontal esta en verdadera magnitud por ser una proyección cilíndrica sobre un plano paralelo

8 - PERTENENCIA PUNTO-PLANO

Para saber si un punto P pertenece a un plano ABC trazaremos dos de las rectas, por ejemplo AP y BC, que definen los cuatro puntos. Si se cortan en un punto Q el punto P pertenece al plano.(fig. 26)
La construcción inversa, la empleamos para resolver el problema inverso de dado un plano y una de las proyecciones de un punto del plano determinar su otra proyección.

9 - PERTENENCIA RECTA-PLANO. RECTAS SINGULARES DE UN PLANO

Dada una recta r existe un plano vertical α y un plano de canto β que contienen a dicha recta cuyas proyecciones horizontal y vertical, $h\alpha$ y $v\beta$, coinciden con las proyecciones horizontal y vertical de la recta r'_1 y r' respectivamente.(figs. 27 y 28)

Si una recta pertenece a un plano corta a todas las rectas del plano. Luego para determinar si una recta r pertenece a un plano ABC se comprueba si corta a dos rectas cualesquiera por ejemplo AC y BC del plano. (fig. 29).

Traza *horizontal/vertical* de un plano:
La recta intersección de un plano con *PH/PV* se denomina traza *horizontal/vertical* del plano
Para determinar las trazas de un plano determinamos las trazas de dos rectas del plano, AC y BC, (según ap. 5) que definen las trazas del plano (fig. 30)
Las trazas de un plano se cortan en un punto de LT.
La traza *horizontal/vertical* de un plano es una recta *horizontal/frontal* del plano.

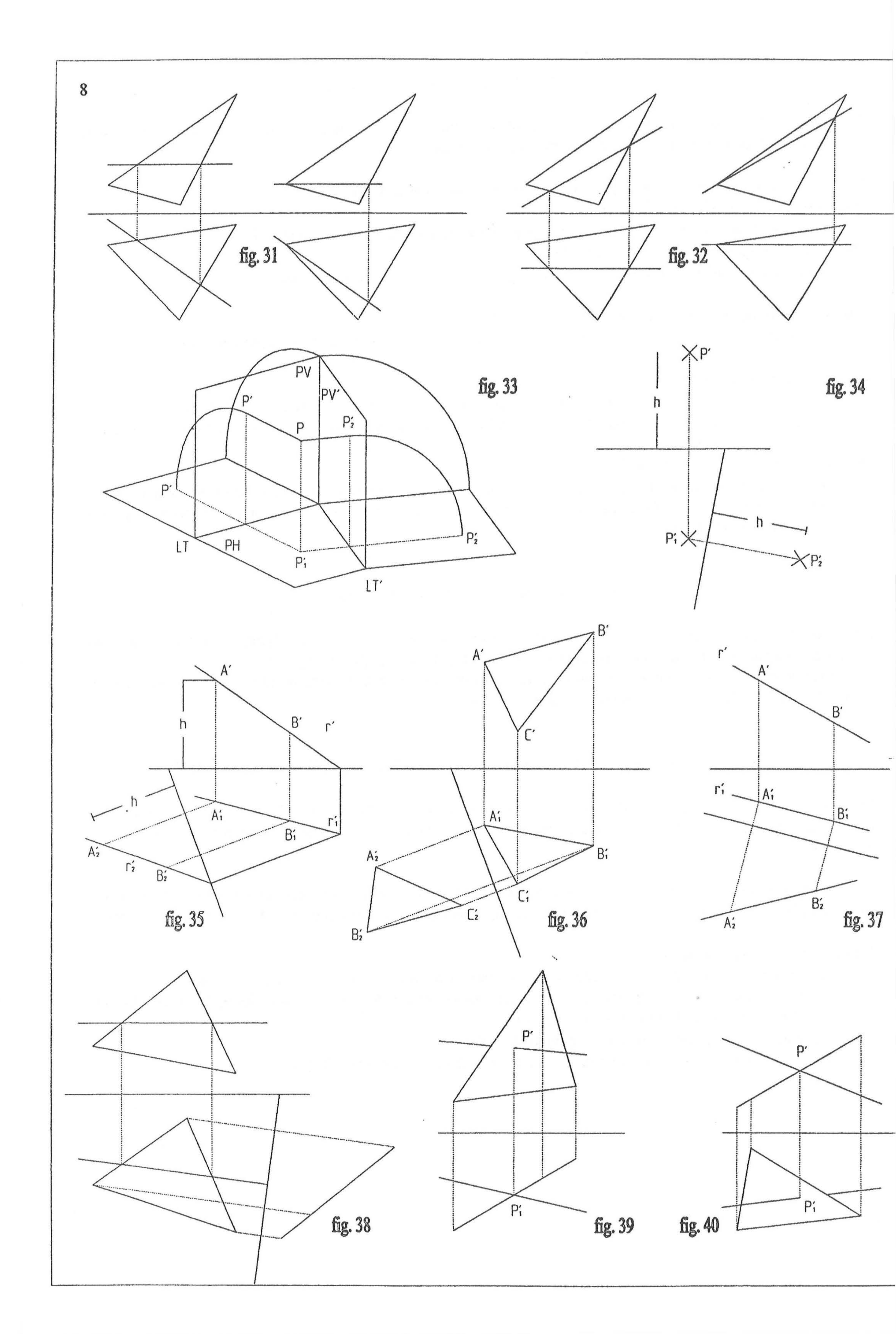


fig. 31

fig. 32

fig. 33

fig. 34

fig. 35

fig. 36

fig. 37

fig. 38

fig. 39

fig. 40

Recta *horizontal/frontal* de plano:

Para determinar una recta *horizontal/frontal* de un plano imponemos a una recta cualquiera que sea *horizontal/frontal* y de la que conocemos su proyeccion *horizontal/frontal* la condicion de que pertenezca al plano (según ap.8) Por comodidad la recta pasara por uno de los puntos que definen el plano.(figs. 31 y 32)

10 - CAMBIO DE PLANO VERTICAL DE PROYECCION.

Hacer un cambio de plano vertical de proyección supone tomar un nuevo plano vertical de proyección conservando el plano horizontal de proyección. (fig. 33)
La nueva línea de tierra es, por lo tanto, la traza horizontal del nuevo plano vertical de proyección.

Proyecciones de un punto al hacer un cambio de PV. (fig.34)

Su proyección horizontal P'_1 no varia puesto que PH no varia .

Su nueva proyección vertical P'_2 esta alineada con P'_1 según una recta perpendicular a la nueva línea de tierra y dista del pie de la perpendicular la cota del punto.

Proyecciónes de una recta al hacer un cambio de PV. (fig.35)

Su proyección horizontal r'_1 no varia puesto que PH no varia.

Para determinar su nueva proyección vertical lo haremos de dos puntos cualesquiera de la recta. (según párrafo anterior) (Por comodidad uno de los puntos será la traza horizontal de la recta).

Proyecciónes de un plano al hacer un cambio de PV. (fig.36)

Su proyección horizontal no varia puesto que no varia PH.

Para determinar su nueva proyección vertical determinaremos la nueva proyección vertical de tres puntos del plano.

11 - CAMBIOS DE PV NOTABLES.

Cambio de PV que transforma una recta r en frontal. (fig. 37)

Se toma la nueva línea de tierra paralela a la proyección horizontal de la recta.

Se refiere (según ap.10) la recta r al nuevo sistema de proyección y se alcanza la solución.

Cambio de PV que transforma un plano genérico ABC en un plano de canto. (fig. 38)

Se determina la dirección de las rectas horizontales de plano (según ap. 9)

Se toma la nueva línea de tierra perpendicular a la proyección horizontal de la horizontal del plano.

Se refiere (según ap.10) el plano al nuevo sistema de proyección y se alcanza la solución.

12 - INTERSECCION RECTA-PLANO PROYECTANTE

La intersección de una recta con un plano *vertical/de canto* es el punto P de la recta cuya proyección *horizontal/vertical* esta sobre la proyección *horizontal/vertical* del plano, (figs.39-40) puesto que los puntos de un plano *vertical/de canto* tienen su proyección *horizontal/vertical* sobre una recta que es la proyección *horizontal/vertical* del plano. (ver ap. 7)

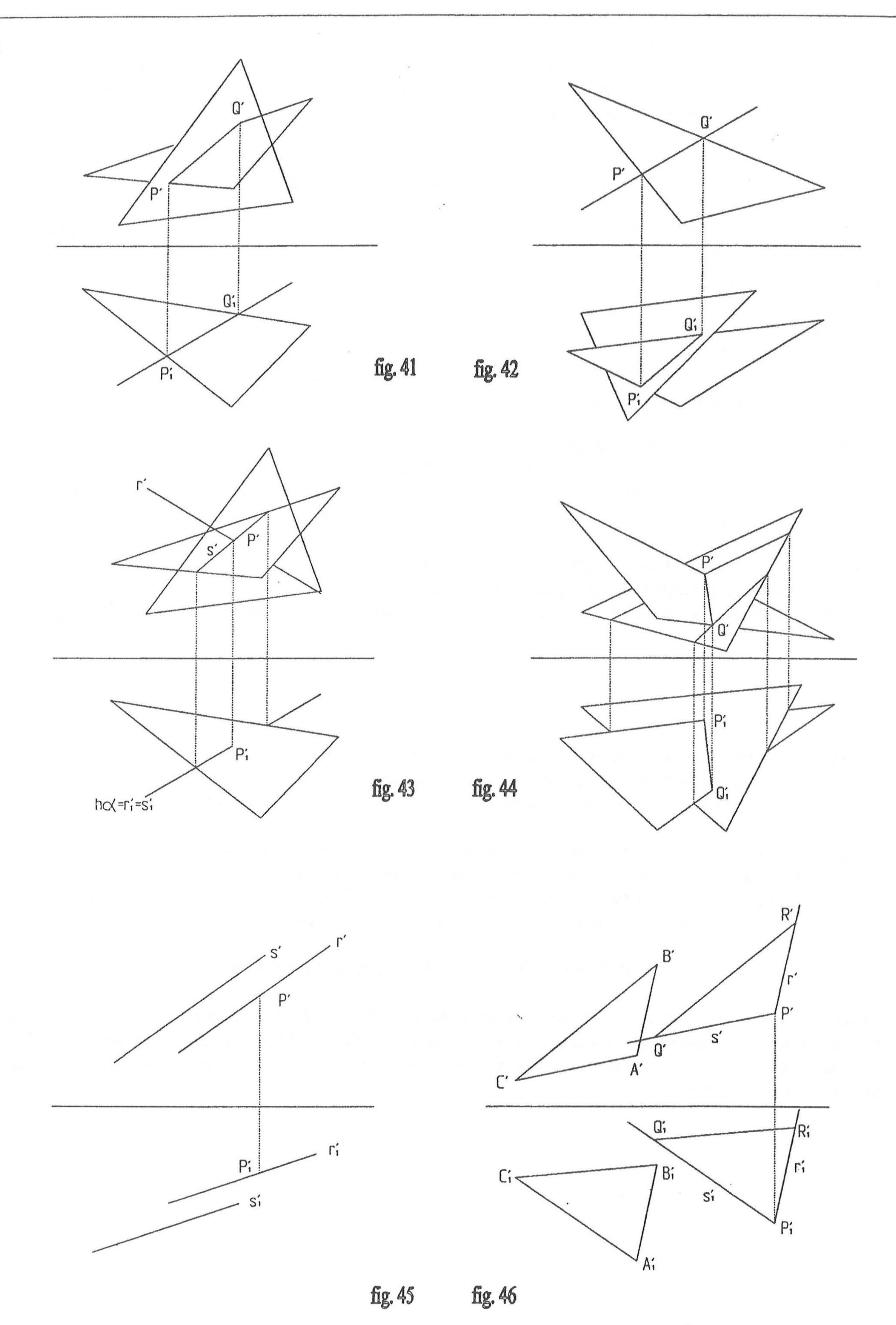


fig. 41 fig. 42

fig. 43 fig. 44

fig. 45 fig. 46

13 - INTERSECCION PLANO-PLANO PROYECTANTE

La intersección de dos planos es una recta.

Intersección del plano α y el plano β, *vertical/de canto.* (figs.41-42)
Determinamos (según ap.12) la intersección, P y Q, de dos rectas de α con el plano *vertical/de canto.*
La recta PQ es la soluccion.

14 - INTERSECCION RECTA-PLANO

Intersección de una recta r y un plano α. (fig.43)
Consideramos (según ap.9) el plano vertical β que contiene a r.
Determinamos (según ap.13) la recta s intersección del plano vertical β y el plano α.
Determinamos el punto P de intersección de r y s que es la solución.

15 - INTERSECCION PLANO-PLANO

Intersección de dos planos α y β. (fig.44)
Determinamos (según ap.14) el punto P, intersección de una recta r de α con β.
Determinamos (según ap.14) la intersección Q de otra recta s de α con β (o de una recta s de β con α).
Determinamos la recta PQ que es la solución.

16 - RECTAS PARALELAS.

Dos rectas son paralelas si sus correspondientes proyecciones son paralelas, puesto que una recta en diédrico se representa por dos proyecciones cilíndricas.(ver ap.4). (EXCEPCION: Rectas situadas en planos de perfil. En estos casos haremos un cambio de PV (ver ap.10) que modifique la posición particular de las rectas.)

Recta r paralela a s por un punto P. (fig.45)
Por P'_1 trazamos r'_1 paralela a s'_1.
Por P′ trazamos r′ paralela a s′.
La recta r , r′, r'_1 es la solución.

17 - PLANOS PARALELOS.

Dos planos son paralelos si la intersección es una recta impropia. Para saber si dos planos son paralelos determinaremos su intersección (según ap. 15)

Plano paralelo al ABC por un punto P. (fig.46)
Trazamos (según ap.16) por P dos rectas r y s paralelas a dos del plano α, por comodidad AB y AC.
El punto P , un punto Q de s y un punto R de r definen el plano solución PQR.

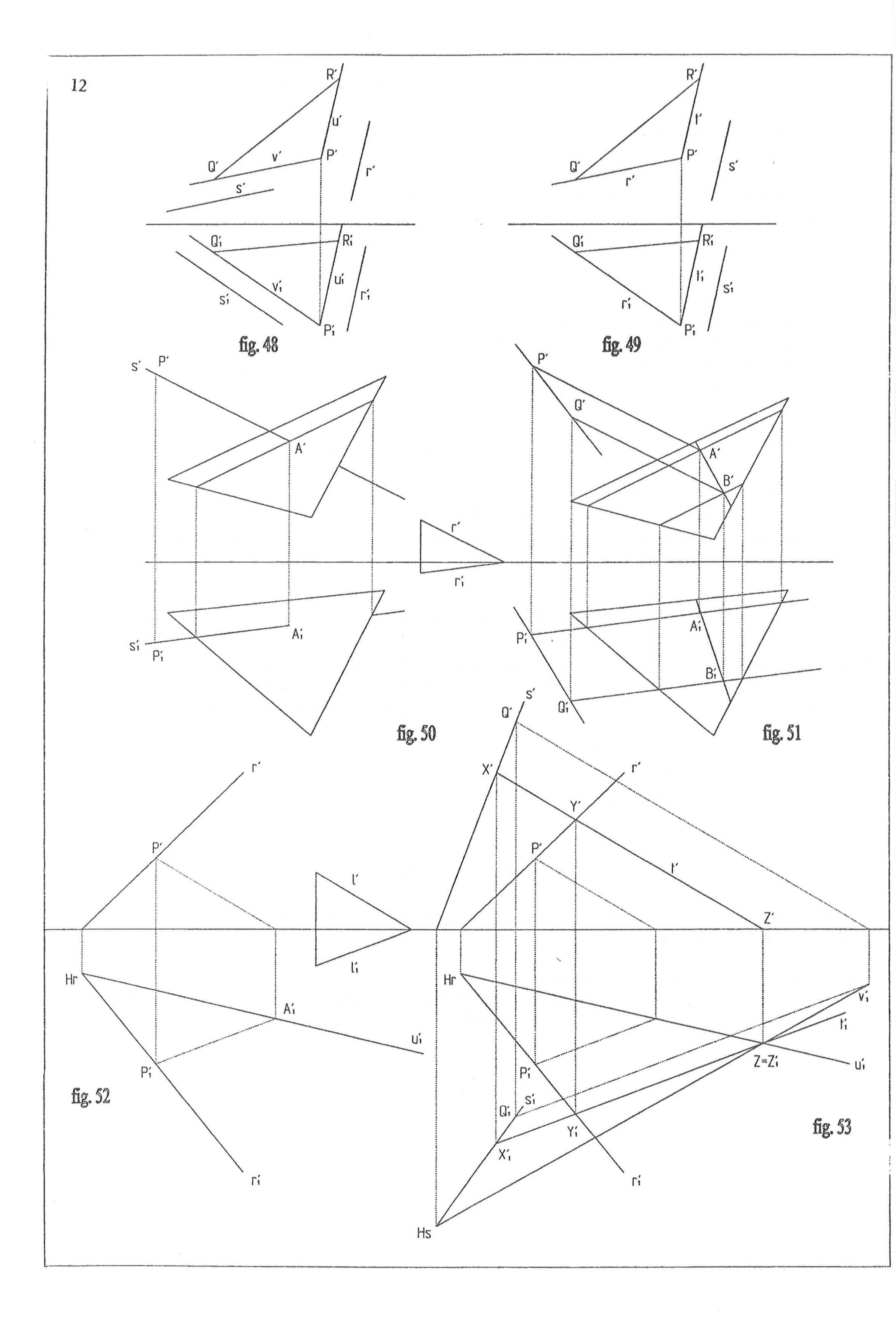


fig. 48

fig. 49

fig. 50

fig. 51

fig. 52

fig. 53

18 - PLANO PARALELO A DOS RECTAS.

Plano paralelo a dos rectas r y s por un punto P. (fig.48)

Trazamos (según ap.16) por P dos rectas u y v paralelas a r y s .

El punto P , un punto Q de v y un punto R de u definen el plano solución PQR.

19 - PLANO DEFINIDO POR UNA RECTA Y UNA DIRECCION

Plano definido por una recta r y la dirección de s. (fig.49)

Trazamos (según ap.16) por un punto P de r una recta t paralela a s.

El punto P, un punto Q de t y un punto R de r definen el plano solución PQR.

20 - PROYECCION DE UN PUNTO SOBRE UN PLANO.

Proyección de un punto P sobre un plano según la dirección de una recta r . (fig.50)

Trazamos (según ap.16) por P una recta s paralela a r.

Determinamos (según ap.14) la intersección de s con el plano y obtenemos el punto A solución.

21 - PROYECCION DE UNA RECTA SOBRE UN PLANO.

La proyección de una recta r sobre un plano es la proyección de sus puntos y por tanto la recta s intersección con el plano de proyección del plano definido por la recta y la dirección de proyección.

Así pues se deduce:

La proyección de una recta sobre un plano pasa por la intersección de la recta y el plano

Si el plano y la recta son paralelos su proyección es paralela.

Cada punto de s es proyección de uno de r y ambos están alineados según la dirección de proyección

A la operación de determinar, a partir de un punto Q de la proyección de una recta el punto P de la recta que lo produce se denomina contraproyección.

Proyección de una recta r sobre un plano α según la dirección de s . (fig.51)

Determinamos (según ap.20) la proyección A y B de dos puntos P y Q cualesquiera de r .

La recta AB es la solución.

Proyección de una recta r sobre PH según la dirección de l . (fig.52)

Determinamos (según ap.20) el punto A proyección de un punto P de r .

Determinamos (según ap.5) la traza horizontal Hr de la recta.

La recta u definida por AHr es la solución.

22 - RECTA PARALELA A UNA DIRECCION QUE SE APOYA EN OTRAS DOS

Recta t paralela a l que se apoya en r y s . (fig.53)

Determinamos (según ap.21)las proyecciones u y v de r y s sobre un plano, por comodidad PH.

Contraproyectamos el punto Z intersección de u y v y obtenemos los puntos X e Y de s y r.

La recta t definida por X e Y es la solución.

23 - PLANO PERPENDICULAR A UN RECTA *HORIZONTAL/FRONTAL*

Resulta inmediato que los planos perpendiculares a un recta *horizontal/frontal* son planos *verticales/de canto* cuya proyección *horizontal/vertical* es perpendicular a la proyección *horizontal/vertical* de la recta. (figs.54-55)

fig.54

fig.55

fig.56

fig.57

fig.58

fig.59

fig.60

24 - RECTA PERPENDICULAR A UN PLANO

Una recta es perpendicular a un plano ABC si tiene sus proyecciones perpendiculares respectivamente a la proyección horizontal de la horizontal del plano y a la proyección vertical de la frontal de plano, ya que la perpendicular a un plano lo es a todas las rectas del plano y por lo tanto pertenecera a un plano α perpendicular a las horizontales de ABC y a un β perpendicular a las frontales de ABC y será por lo tanto la intersección de α y β. (ver aps.23 y 7).

Recta r perpendicular a un plano ABC. (fig.56)

Determinamos (según ap.9) una recta h horizontal y una recta f frontal de ABC.

La recta r cuyas proyecciones r′ y r'_1 son perpendiculares a f′ y h'_1 respectivamente es solución.

25 - PLANO PERPENDICULAR A UNA RECTA

Plano ABC perpendicular a una recta r. (es el ejercicio inverso del anterior) (fig.57)

Trazamos por un punto P una recta horizontal del plano h y por tanto h'_1 sera perpendicular a r'_1.

Trazamos por un punto P una recta frontal del plano f y por tanto f′ sera perpendicular a r′

El plano definido por h y f es solución.

26 - RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares si el plano perpendicular a una de ellas es paralelo a la otra. Veremos a continuacion que si una de ellas es horizontal sus proyecciones horizontales son perpendiculares.

Recta perpendicular por un punto P a una recta horizontal r .(fig.58)

Determinamos, (según ap.23), el plano α perpendicular a r por P.

Determinamos, (según ap.12), el punto Q intersección de α y r y trazamos la recta PQ que es la solución.

El punto P y la recta r definen un plano. Puesto que la recta PQ es perpendicular a la recta r que es una horizontal de dicho plano la recta PQ es la recta de máxima pendiente del plano.

27 - PLANOS PERPENDICULARES.

Dos planos son perpendiculares si uno contiene a la dirección de la perpendicular al otro.

28 - DIRECCION PERPENDICULAR A DOS RECTAS.

Dirección de la perpendicular a dos rectas r y s .(figs.59))

Determinamos (según ap.18) el plano α paralelo a r y s ..

Determinamos (según ap.24) la recta t perpendicular a α cuya dirección es la solución.

29 - RECTA PERPENDICULAR A DOS RECTAS.

Recta t perpendicular a dos rectas r y s . (fig.60)

Determinamos (según ap.28) la recta l cuya dirección es perpendicular a r y a s .

Determinamos (según ap.22) la recta t paralela a la l y que se apoye en r y s que es la solución .

fig.61

fig.62

fig.63

fig.64

fig.65

fig.66

30 - CONCEPTO DE SOMBRA.

La resolución gráfica de las sombras se basa en el principio de propagación rectilínea de la luz, según el cual la luz que emite un foco luminoso se propaga en todas las direcciones del espacio según rectas con origen en el foco luminoso. Consideramos el foco de luz un punto impropio y por lo tanto los rayos de luz son rectas paralelas.
Un punto del espacio sobre el que incide un rayo luminoso esta en luz y sobre el que no incide esta en sombra .
Un punto del espacio sobre el incide un rayo de luz al interceptarlo impide que este alcance los puntos situados sobre la recta prolongación que estarán en sombra. Por lo tanto todo punto del espacio inmerso en una radiación luminosa lleva asociado un rayo de luz que incide sobre el y un rayo de sombra que parte de el.

31 - SOMBRA DE UN PUNTO SOBRE UN PLANO

De lo expuesto en el apartado anterior se deduce que la sombra de un punto sobre un plano es la proyección del punto sobre el plano según la dirección del rayo de luz.

Sombra de un punto P sobre un plano α según una dirección de luz l (fig. 61)
Determinamos (según ap.20) la proyección A del punto P sobre α que es la solución.

32 - SOMBRA DE UNA RECTA SOBRE UN PLANO.

La sombra de una recta es la sombra de los puntos de la recta y por lo tanto la sombra de una recta sobre un plano es la proyección de la recta sobre el plano según la dirección del rayo de luz. .

Sombra de una recta r sobre un plano α según una dirección de luz l. (fig.62)
Determinamos (según ap.21) la proyección de la recta r sobre α que es la solución.

De ap. 21 se deduce:
La sombra de una recta r sobre un plano es otra recta s que pasa por la intersección de ambos.
La sombra de una recta sobre un plano paralelo es una recta paralela.
Cada punto de r tiene su sombra en s y ambos están alineados según la dirección de la luz.
Cada punto de s es la sombra de uno de r y ambos están alineados según la dirección de la luz.
A la operación consistente en determinar, a partir de un punto de la sombra de una recta el punto de la recta que lo produce se denomina contraproyección.

33 - SOMBRA DE UNA RECTA *VERTICAL/DE PUNTA* SOBRE UN PLANO.

La sombra de una recta *vertical/ de punta* tiene su proyección *horizontal/vertical*, con independencia del plano sobre el que arroje sombra, paralela a la proyección *horizontal/vertical* del rayo de luz., lo que se deduce con facilidad determinando la sombra de dos o mas puntos de la recta. (figs.63-64)

34 - SOMBRA DE UNA RECTA SOBRE OTRA

Sombra de dos recta r y s según la dirección l . (fig.65)
Determinamos (según ap.22) la recta t paralela a l que se apoya en los puntos X e Y de s y r .
Los puntos X e Y son la solución según cual sea el sentido del rayo de luz.

35 - SOMBRA DE UNA FIGURA SOBRE UN PLANO.

Determinamos la sombra sobre el plano del perímetro de la figura. (fig.66)

fig.67

fig.68

fig.69

fig.70

fig.71

fig.72

fig.73

36 - DISTANCIA PUNTO-PUNTO

Si AB es horizontal: (fig.67)
La distancia AB es la distancia entre sus proyecciones horizontales $A'_1B'_1$. (ver aps.2 y 4).
Si AB es frontal: (fig.68)
La distancia AB es la distancia entre sus proyecciones verticales $A'B'_1$ (ver aps.2 y 4)
Si AB ocupa una posicion genérica: (fig.69)
Hacemos (según ap.11) un cambio de PV que transforme AB en frontal y obtenemos A'_2 y B'_2.
Ahora estamos en el caso anterior siendo la distancia $A'_2B'_2$ la solución.

De esta construcción deducimos que la distancia entre dos puntos es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos el segmento que definen las proyecciones horizontales de los puntos y la diferencia de cotas de los puntos.Luego para determinar la distancia entre dos puntos genericos AB: (fig.70)
Construimos el triángulo rectángulo de catetos $A'_1B'_1$ y la diferencia de cotas entre los puntos A y B.
La distancia AB es la hipotenusa de dicho triángulo.

37 - MEDIR SOBRE UNA RECTA.

Medir sobre una recta r y a partir de un punto A una distancia d: (construcción inversa de la anterior) (fig.71)
Consideramos un punto B cualquiera sobre r .
Construimos el triángulo rectángulo de catetos $A'_1B'_1$ y la diferencia de cotas entre los puntos A y B.
Llevamos a partir de A'_1, sobre la hipotenusa de dicho triángulo la distancia d
Definimos, a la inversa, la proyección horizontal, C'_1, del punto C sobre la recta AB que dista de A la distancia d que es la solución.

38 - DISTANCIA PUNTO PLANO

Es la distancia entre el punto y la proyección ortogonal del punto sobre el plano.

Distancia entre un punto P y un plano α.(fig.72)
Determinamos (según ap.24) la recta r perpendicular al α.
Determinamos (según ap.20) la proyeccion ortogonal de P sobre α.
Determinamos (según ap.36) la distancia PQ que es la solución.

39 - DISTANCIA RECTA-RECTA

Es la distancia entre los puntos de las rectas que están alineados según la perpendicular común.

Distancia entre dos rectas r y s .(fig.73)
Determinamos (según ap.29) la perpendicular común a r y s y los puntos P y Q en que se apoya.
Determinamos (según ap.36) la distancia PQ que es la solución

40 - ABATIMIENTO DE UN PUNTO.

Abatir un plano consiste en hacerlo girar hasta situarlo en verdadera magnitud y por tanto hasta que coincida con un plano horizontal o frontal. El eje de giro será la recta intersección y por tanto una recta horizontal o frontal. A la operación inversa se la denomina desabatir.
Al abatir horizontalmente un plano,un punto P del plano describe en su giro una circunferencia de radio la perpendicular por P al eje de giro y centro Q el pie de la perpendicular. PQ abatido será perpendicular al eje de giro y dista de Q la distancia PQ.

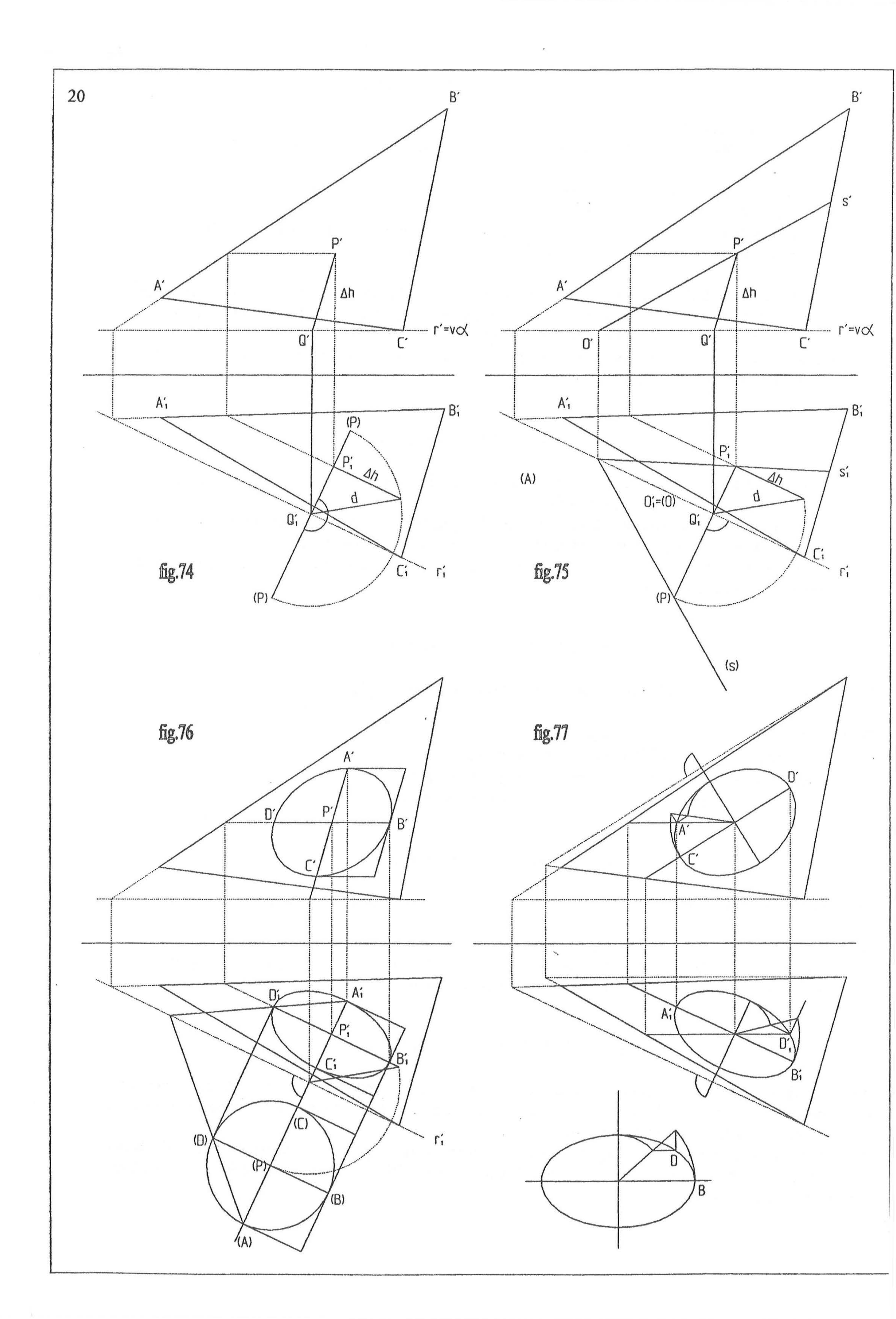


fig.74

fig.75

fig.76

fig.77

Abatir un punto P de un plano ABC sobre un plano horizontal α (fig.74)

Determinamos (según ap.13) la recta r intersección de los dos planos, esto es el eje de abatimiento.

Determinamos (según ap.26) la recta PQ, de máxima pendiente por P.

Determinamos (según ap.36) la distancia d de P a Q.

El punto P abatido, (P), por ser PQ perpendicular a r , esta en la perpendicular a r'_1 por Q'_1 y a la distancia d del punto Q. (Hay dos opciones de (P) según que el giro lo realizamos en un sentido u otro)

Se deduce de inmediato que en un abatimiento sobre un plano *horizontal frontal* la proyección *horizontal vertical* de un punto y su abatido están alineados según una perpendicular al eje de abatimiento.

41 - ABATIMIENTO DE UNA RECTA.

Para abatir una recta s contenida en un plano ABC abatimos dos puntos de la recta. Por comodidad abatimos un punto P de la recta y determinamos el punto O de intersección de la recta con el eje de giro que coincide con su abatido

Abatimiento de una recta s de un plano ABC: (fig.75)

Determinamos (según ap.40) el abatido (P) de un punto P de la recta.

Determinamos (según ap.12) el punto O, intersección de s con el plano de abtimiento.

La recta (P)(O)es la solución

42 - REPRESENTACION DE UNA CIRCUNFERENCIA

La representación de una circunferencia es la proyección ortogonal sobre los planos de proyección de sus puntos, por tanto las secciones planas de dos cilindros, y en consecuencia dos elipses de centros las proyecciones del centro de la circunferencia.

Representar una circunferencia de diámetro d y centro P situada en un plano α.(fig.76)

Abatimos (según ap.40) el centro P de la circunferencia y dibujamos la circunferencia abatida.

Trazamos un cuadrado tangente en ABCD a la circunferencia abatida

Desabatimos el cuadrado circunscrito cuyas proyecciones serán en general dos romboides tangentes a las proyecciones de la circunferencia, luego los segmentos que definen los puntos medios de los lados opuestos del rombiode son dos diámetros conjugados de las elipses proyecciones de la circunferencia.

Vemos con facilidad que si los lados el cuadrado circunscrito son horizontales y rectas de maxima pendiente del plano la elipse proyección horizontal queda entonces definida por sus eje siendo el eje mayor la recta horizontal por el centro de la circunferencia de dimensión el diámetro de la circunferencia.

De todo ello se deduce la siguiente la siguiente construcción para representar una circunferencia de diámetro d y centro P situada en un plano ABC.(fig.77)

Representamos el diámetro horizontal AB y el frontal CD de la circunferencia que son respectivamente un segmento horizontal y frontal perteneciente a α de magnitud, ambos, el diámetro d y cuyo punto medio coincide con el centro de la circunferencia

$A'_1B'_1$ es el eje mayor de la elipse proyección horizontal de la circunferencia que esta definida pues conocemos además otro punto de la misma C'_1 o D'_1

De manera análoga definimos la elipse proyección vertical de la circunferencia.

fig.78

fig.79

fig.80

fig.81

fig.82

43 - ANGULO RECTA-RECTA

Angulo que forman las rectas r y s .(fig.78)

Abatimos (según ap.41) ambas rectas sobre un plano horizontal.

El ángulo que forman las rectas abatidas es la solución.

44 - ANGULO RECTA-PLANO.

Es el ángulo que forma la recta con su proyección ortogonal sobre el plano y por lo tanto el ángulo complementario del que forma la recta con la perpendicular al plano.

Angulo que forma r y el plano ABC. (fig.79)

Determinamos (según ap.24) una recta s perpendicular al plano.

Trazamos (según ap.16) la recta t paralela a s por un punto P de r.

Determinamos (según ap.43) el angulo α complementario del que forman r y s que es la solución.

Angulo de una recta r con PH. (fig.80)

Determinamos (según ap.43) el ángulo α que forman la recta r y su proyección sobre PH, esto es r'_1,que es la solución.

45 - ANGULO PLANO-PLANO.

Es el ángulo que forman las rectas que resultan de seccionar ambos planos por el perpendicular a la recta intersección de los dos planos y por lo tanto es el ángulo que forman las normales a los planos.

Angulo que forman los planos ABC y DEF. (fig.82)

Determinamos (según ap.24) las rectas r y s perpendiculares a los planos dados.

Determinamos (según ap.43) el ángulo α que forman r y s que es la solución.

Angulo que forma un plano ABC con PH (fig.81)

Determinamos (según ap.13) la recta r intersección del planos dato y uno horizontal, una recta horizontal

Determinamos (según ap.23) el plano perpendicular a la recta r , un plano vertical.

Determinamos (según ap.13) las rectas s y t , sección de los dos planos por el perpendicular a ambos.

Determinamos (según ap.43) el ángulo α que forman s y t que es la solución.

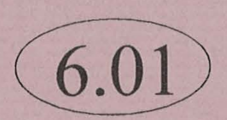
Vemos entonces que el ángulo que forma un plano con PH es el ángulo que forma de la recta r con PH siendo r una recta del plano perpendicular a la recta horizontal de plano y por lo tanto la recta de máxima pendiente del plano. Luego el ángulo que forma un plano con el horizontal es el ángulo que forma la recta de maxima pendiente con el plano horizontal.

NOTAS

NOTAS

NOTAS

CUADERNO



CATÁLOGO Y PEDIDOS EN
http://www.aq.upm.es/of/jherrera
jherrera@aq.upm.es

